

벡터자기회귀(VAR)모형의 이해 (Vector Autoregressive Model: VAR)

문권순*

본 논문은 예측뿐만 아니라 어떠한 변수의 일시적인 충격에 대한 효과 분석을 위하여 연립방정식체계로 구성된 벡터자기회귀(VAR)모형을 소개한 글이다. VAR모형의 가장 큰 특징은 첫째, 충격반응분석(impulse response analysis)을 통하여 어떠한 한 변수의 변화가 내생변수에 미치는 동태적 반응을 파악할 수 있다. 둘째, 분산분해(variance decomposition)를 통하여 각 내생변수의 변동이 전체변동에 기여한 부분의 상대적 크기를 분석할 수 있다. 셋째, 경제이론 보다는 실제 자료에서 도출된 결과를 분석한다. 그러나 VAR모형은 사용되는 변수 및 표본기간, 시차길이를 따라서 결과가 달라질 수 있다는 약점이 있다. VAR모형의 예로 환율과 수출물가에 의한 상품수출모형을 설정하여 모형 설정과정과 해석방법 등을 설명하였다.

< 차 례 >

1. 서 론
2. 벡터자기회귀(VAR)모형의 형태
3. 시계열의 안정성과 공적분
4. 시차길이(p)의 결정
5. 충격반응함수와 분산분해
6. 상품수출에 관한 VAR모형의 예
7. 맺는 말

* 통계청 통계연수원 교육연구과 사무관

1. 서론

벡터자기회귀모형은 일변량 자기회귀모형을 다변량 자기회귀모형으로 확장시킨 모형으로 예측 및 내생변수의 변화에 따른 효과분석 등과 관련하여 자주 활용되고 있다.

전통적인 회귀모형에 의한 구조방정식모형은 변수간의 인과관계를 통하여 종속변수 Y 를 몇 개의 설명 변수 $\{X_1, X_2, \dots\}$ 에 의해서 설명하고 있다. 그러나 회귀모형에서는 설명변수의 영향이 시간 t 가 변하더라도 항상 일정하다는 가정을 하고 있어 구조적 변화가 급속히 진행되어 설명변수의 영향이 변한 경우 이를 적절히 반영하지 못한다는 약점이 있다. 또한 구조모형(structure model)은 경제이론에 의해서 모형을 구축하고 있어 변수선택 및 모형의 내·외생변수의 선정이 모형 설계자의 주관에 의해서 결정된다는 단점이 있다.

따라서 이러한 시간에 대한 경직성과 주관성을 극복할 수 있는 방법이 Box and Jenkins(1976)의 ARIMA모형이라고 할 수 있다. ARIMA모형은 현재의 관측치 Z_t 는 과거의 어떠한 규칙성에 의해서 재현되며, 이러한 규칙성은 미래에도 유지된다고 가정하고 미래를 예측하고자 했다. 이러한 방법은 모형 설정이 용이한 반면 변수들 사이의 상호작용을 무시하고 있어 일변량분석이라는 한계에 부딪치게 된다. 이들 회귀모형과 시계열분석의 한계를 보완한 모형이 Sims(1980)의 VAR모형이라 할 수 있다.

VAR모형은 연립방정식 체계와 비슷하나 모형의 오차항을 구조적으로 해석하며 식별제약의 일부가 오차항의 공분산행렬에 가해진다는 특징을 가지고 있어 연립방정식에 비해 다음과 같은 분석상의 특징을 갖고 있다.

첫째, 충격반응분석(impulse response analysis)을 통하여 어떠한 한 변수의 변화가 내생변수에 미치는 동태적 효과를 파악할 수 있다. 둘째, 분산분해(variance decomposition)를 통하여 각각의 내생변수의 변동중에서 이들 변수들이 전체변동에 기여한 부분의 상대적 크기를 분석할 수 있다.

VAR모형은 어떠한 경제이론을 기적으로 가설을 설정하지 않고 실제 관찰되는 경제시계열들이 주는 정보를 최대한 이용하여 현실경제를 분석하게 된다. 즉, VAR모형은 모형내의 모든 변수들에 대한 시차변수들을 동시에 설명변수로 이용하여 결과를 분석하고자 한다.

일반적으로 VAR모형은 모형내에 포함된 변수가 많지 않은 장점이 있는 반면, 추정이나 분석결과가 선정된 적은 수의 변수에 의해서 좌우되므로 변수 선정에 신중을 기해야 한다. 또한 모형설정시 사용되는 변수들의 배열순서 및 표본기간, 시차길이 등에 따라 결과가 달라질 수 있다는 약점이 있다.

2~5장까지 VAR모형의 설정방법과 충격반응함수 및 예측오차에 대한 분산 분해 등을 통계학적 측면에서 살펴보았다. 6장에서는 예로 상품수출의 VAR모형을 설정하여 모형의 설정과정 결과에 대한 해석 등을 설명하였다. 상품수출의 VAR모형은 환율(원달러, 엔달러)과 수출물가를 설명변수로 한 VAR(2)모형을 가정하였으며, 분석은 예측보다는 충격반응분석과 분산분해에 중점을 두었다.

2. 벡터자기회귀(VAR)모형의 형태

일변량 안정시계열 Z_t 의 자기회귀이동평균모형(autoregressive moving average: ARMA)인 ARMA(p, q)을 다음과 같이 정의하자.

$$Z_t = \theta_1 Z_{t-1} + \dots + \theta_p Z_{t-p} + a_t - \phi_1 a_{t-1} - \dots - \phi_q a_{t-q}, t = 1, 2, \dots, T$$

ARMA(p, q)모형을 후행연산자 B를 사용하여 표현하면 다음과 같다.

$$(1 - \theta_1 B - \theta_2 B^2 - \dots - \theta_p B^p) Z_t = (1 - \phi_1 B - \phi_2 B^2 - \dots - \phi_q B^q) a_t$$

$$\Theta(B) Z_t = \Phi(B) a_t$$

여기서 a_t 는 평균이 0, 분산이 σ_a^2 인 백색잡음과정(white noise process)이다. 이때 q=0일 때, ARMA(p, q)모형은 현재의 시점 Z_t 가 과거의 시점 Z_{t-1}, Z_{t-2}, \dots 에 의해서 설명되어지는 확률과정으로 다음과 같은 자기회귀모형 AR(p)가 된다.

$$Z_t = \Theta_1 Z_{t-1} + \dots + \Theta_p Z_{t-p} + \varepsilon_t$$

여기서 ε_t 는 평균이 0, 분산이 $\sigma\varepsilon^2$ 인 백색잡음과정이다.

N개의 다변량 정상시계열로 구성된 $X_t = (X_{1,t}, X_{2,t}, \dots, X_{N,t})$ 가 p시차인 자기회귀과정으로 구성된 벡터자기회귀모형 VAR(p)라 하며 다음과 같이 정의하자.

$$\begin{aligned} X_t &= C + \Theta_1 X_{t-1} + \dots + \Theta_p X_{t-p} + \varepsilon_t \quad (1) \\ &= C + \sum_{i=1}^p \Theta_i X_{t-i} + \varepsilon_t \end{aligned}$$

즉,

$$\begin{pmatrix} x_{1,t} \\ x_{2,t} \\ \vdots \\ x_{N,t} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c_1 \\ c_2 \\ \vdots \\ c_N \end{pmatrix} + \sum_{i=1}^p \begin{pmatrix} \Theta_{11} & \Theta_{12} & \dots & \Theta_{1N} \\ \Theta_{21} & \Theta_{22} & \dots & \Theta_{2N} \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ \Theta_{M1} & \Theta_{M2} & \dots & \Theta_{MN} \end{pmatrix}^i \begin{pmatrix} x_{1,t-i} \\ x_{2,t-i} \\ \vdots \\ x_{N,t-i} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \varepsilon_{1,t} \\ \varepsilon_{2,t} \\ \vdots \\ \varepsilon_{N,t} \end{pmatrix}$$

여기서 C는 (N×1)상수벡터, Θ_i 는 현시점의 변수와 시차변수들간 시차회귀 계수인 (N×N)의 행렬, ε_t 는 (N×1)의 벡터백색잡음과정으로 $E(\varepsilon_t) = 0$ 이며, 다음의 공분산행렬을 갖는다.

$$\Sigma_\varepsilon = \Sigma(\varepsilon_t \varepsilon'_s) = \begin{cases} \sigma^2, & t=s \text{ 인 경우} \\ 0, & t \neq s \text{ 인 경우} \end{cases}$$

변수 n=1,2,...,N에 대해서 i시차의 관측치를 벡터로 표현하면 다음과 같다.

$$X_n = \begin{pmatrix} X_{n1} \\ X_{n2} \\ \vdots \\ X_{nT} \end{pmatrix} \quad X^i_n = \begin{pmatrix} X_{\in 1} \\ X_{\in 2} \\ \vdots \\ X_{\in T} \end{pmatrix} \quad V_n = \begin{pmatrix} V_{n1} \\ V_{n2} \\ \vdots \\ V_{nT} \end{pmatrix} \text{ 이라면}$$

n번째 시계열인 X_n 의 회귀방정식은 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\begin{aligned}
 X_n &= c_n J + (\theta_{n1}^1 X_{11}^1 + \theta_{n2}^1 X_{12}^1 + \dots + \theta_{nN}^1 X_{1N}^1) \\
 &\quad + \dots + (\theta_{n1}^p X_{11}^p + \theta_{n2}^p X_{12}^p + \dots + \theta_{nN}^p X_{1N}^p) + V_n \\
 &= Y \theta_n + V_n \tag{2}
 \end{aligned}$$

여기서 $J = (1, 1, \dots, 1)'$ 인 $(T \times 1)$ 의 단위벡터이며,

$$Y = (J, X_{11}^1, X_{12}^1, \dots, X_{1N}^1, \dots, X_{11}^p, X_{12}^p, \dots, X_{1N}^p),$$

$$\theta_n = (c_n, \theta_{n11}, \theta_{n12}, \dots, \theta_{n1N}, \dots, \theta_{np1}, \theta_{np2}, \dots, \theta_{npN})'$$

한편 $V_n \sim MN(\theta, \Sigma_v)$ 이며, $n \neq s$ 일 때 $E[V_t V_s] = 0$ 이다.

X 의 벡터회귀방정식은 N 개의 개별 회귀방정식을 갖게되며, Kronecker product (\otimes)와 vec 을 이용하여 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$vec(X) = (I_N \otimes Y) vec(\theta) + vec(V)$$

이때 V 의 공분산행렬 $E(VV')$ = $\Sigma_v \otimes I_T$ 이다.

개별 회귀방정식의 모수 θ_n 은 (2)식으로부터 통상최소자승법(Ordinary Least square method: OLS)에 의해서 다음과 같이 추정할 수 있다.

$$\hat{\theta}_n = (Y'Y)^{-1} Y'X_n$$

이때 전체모수벡터

$$\hat{\theta} = [I_N \otimes (Y'Y)^{-1}] Y'X$$

VAR모형의 n 번째 회귀계수벡터인 $\hat{\theta}_n$ 은 개별 회귀방정식의 회귀계수를 추정한 것과 같다.

3. 시계열의 정상성과 공적분

시간 $t=1,2,\dots,T$ 에 대해서, 다변량 시계열 $X_t=(X_{1t}, X_{2t}, \dots, X_{Nt})$ 의 정상성(stationarity) 조건은 다음과 같다.

$$i) E(X_t) = \mu < \infty$$

$$ii) Var(X_t) = E[(X_t - \mu)(X_t - \mu)'] = \Sigma_X < \infty$$

$$iii) Cov(X_t, X_{t+k}) = E[(X_t - \mu)(X_{t+k} - \mu)'] = T_X(k)$$

즉, 평균과 분산·공분산이 시간 t 에 따라 불변이어야 한다. 이는 정상시계열은 일시적인 충격에 의해서 추세치를 이탈하더라도 결국은 추세치에 회귀하는 경향을 갖는다는 것이다.

일변량 시계열 y_t 가 다음과 같이 AR(1)모형을 따른다고 가정하자.

$$y_t = \beta_0 + \beta_1 t + \rho y_{t-1} + \varepsilon_t$$

여기서 t 는 추세를 나타내며, $\varepsilon_t \sim iid(0, \sigma^2)$ 이다.

이 때 시계열 y_t 가 정상계열(또는 안정계열)인지는 “ $H_0: \rho=1$ ”인지를 검정하는 단위근검정(unit root test)을 실시함으로써 알 수 있다. Dickey and Fuller(1979)는 다음의 모형을 가정하고 $H_0: \lambda=0$ (여기서 $\lambda = \rho-1$ 이다)을 검정하고자 했다.

$$\Delta y_t = \beta_0 + \beta_1 t + \lambda y_{t-1} + e_t$$

이후 Said and Fuller(1984)에 의해서 오차항 ε_t 가 자기상관을 갖는 경우 다음 식(4)에 의하여 체화된 DF(Augmented Dickey and Fuller: ADF)검정법을 제시하였다.

$$\Delta y_t = \beta_0 + \beta_1 t + \lambda y_{t-1} + \sum_{i=1}^h \lambda_i \Delta y_{t-1-i} + e_t$$

Phillips and Perron(1988)은 (4)식의 ADF모형에서 차분된 시차변수가 없는 ADF검정의 모형을 가정하고 단위근검정을 실시했으며, 이 때 임계치는 ADF의 임계치와 동일하다.

대부분의 경제시계열은 추세를 갖고 있어 시계열을 일차 또는 그 이상의 차분을 통하여 시계열을 정상화한 후 분석하게 된다. 그러나 차분은 원자료가 갖고 있는 장기적 특성을 잃는 단점이 있다.

Engle과 Granger(1987)는 개별 경제시계열이 비정상계열(또는 불안정계열)로 추세변동이 있더라도 이들 시계열간에 장기적으로 안정적인 균형관계를 갖도록 하는 선형결합(linear combination)이 존재한다면 이 선형결합은 정상계열이 되며, 이들 시계열은 공적분(cointegration)관계에 있다고 한다.

즉, 비정상시계열 X_{1t} 와 $Y_t = (X_{2t}, \dots, X_{Nt})$ 가 있을 때,

$$Z_t = X_{1t} - \beta' Y_t$$

를 만족하는 β 가 존재하고 이 때 Z_t 가 정상시계열이라면 (X_{1t}, Y_t) 는 공적분관계에 있다고 하며 β 를 공적분벡터라고 한다.

Dickey and Fuller방법에 의한 공적분 검정방법은 비정상시계열을 아래와 같은 회귀식으로 설정한 후 회귀방정식의 잔차에 대한 단위근검정을 실시함으로써 공적분관계를 검정할 수 있다.

$$X_{1t} = \beta_0 + \gamma t + \sum_{i=2}^N \beta_i X_i + \varepsilon_t$$

$$\Delta \varepsilon_t = a_0 \hat{\varepsilon}_{t-1} + \sum_{s=1}^h \Delta \hat{\varepsilon}_{t-s} + e_t$$

Said and Fuller의 ADF검정에 의한 공적분검정은 $a_0=0$ 인지에 대한 t-검정으로, ε_t 에 대한 단위근검정이 기각되면 시계열 X_t 는 공적분관계를 갖는다고 할 수 있다. ADF검정은 차분변수 $(\Delta \varepsilon_{t-s})$ 의 시차길이에 따라 검정결과가 달라질 수 있으

나, Phillips and Perron 방법에서는 nuisance parameter인 시차차분변수를 이용하지 않으므로 시차의 길이와는 무관하게 된다. 또한 ADF검정에서는 잔차 ε_t 는 독립이고 동일한 분포를 갖는다.(independent and identically distributed: iid)라는 가정을 하고 있으나, PP검정에서는 iid일 뿐만 아니라 약한 종속관계와 동일분포가 아닐지라도 적용 가능하다. 그러나 Engle과 Granger의 공적분검정방법은 추정 오차를 최소화하는 최소자승법을 사용하므로 공적분벡터가 여러개일 때 각각의 공적분벡터를 구분할 수 없다는 단점이 있다.

Johansen(1991)은 시계열속에 존재하는 모든 공적분관계를 찾아내는 방법을 다음과 같이 제시하였다. (1)식의 VAR모형을 $C=0$ 인 (5)식의 오차수정모형(Error Correction Model: ECM)으로 변형하자.

$$\Delta X_t = \Pi_1 \Delta X_{t-1} + \dots + \Pi_{p-1} \Delta X_{t-p+1} + \Theta X_{t-p} + e_t \quad (5)$$

이 때 X_{t-p} 의 계수인 Θ 의 계수(rank)를 검토한다. 만일 $(N \times N)$ 행렬인 Θ 의 계수가 0이면 X_t 의 모든 시계열은 일차차분인 자기상관으로 이루어진 모형이며, 계수가 N 과 같으면 X_t 는 정상시계열이다. 그러나 $r = \text{rank}(\Theta) < N$ 인 경우, r 개의 공적분벡터와 $N-r$ 개의 공통확률추세가 존재하며, Θ 는 다음과 같이 $(N \times r)$ 행렬로 표현할 수 있다.

$$\Theta = A B'$$

여기서 A 는 적재벡터(loading vector) 또는 오차수정계수이며, B 는 공적분 벡터로 (6)의 특성식(characteristic equation)에 의해서 추정된다.

$$|\lambda I - S_{p0} S_{00}^{-1} S_{0p} S_{pp}^{-1}| = 0 \quad (6)$$

여기서 $S_{ij} = \frac{1}{T} R_{it} R_{jt}'$, $(i, j=0, p)$, R_{0t} 와 R_{pt} 는 ΔX_t 와 X_{t-p} 를 각 $\{\Delta X_{t-1}, \Delta X_{t-2}, \dots, \Delta X_{t-p+1}\}$ 에 회귀한 잔차항이다.

이 때 특성식 (6)에 의해서 고유근(eigenvalue) $\hat{\lambda}_1, \hat{\lambda}_2, \dots, \hat{\lambda}_r, \dots, \hat{\lambda}_N$ 이 구해지면 최대 r개의 공적분벡터가 존재한다는 가설 ($H_0: \Theta = A B'$)을 점근적으로 χ^2 분포를 따르는 우도비검정(likelihood ratio)¹⁾ 또는 Trace에 의해서 다음과 같이 검정할 수 있다.

$$-2 \ln(Q) = -T \sum_{i=r+1}^N \ln(1 - \hat{\lambda}_i)$$

4. 시차길이(p)의 결정

일변량 시계열의 AR모형에 대한 시차길이 p는 편자기상관함수(partial autocorrelation function: ACF)에 의해 결정한다. 벡터과정의 경우는 편자기상관이 행렬형태이며 이 때 편자기상관행렬을 시각적으로 검토하여 모형의 시차를 결정할 수 있다. 그러나 이러한 방법은 많은 경험을 필요로 한다. 그러므로 일반적으로 VAR모형의 추정오차에 대한 공분산행렬인 Σ_p 를 이용하여 다음의 통계치가 최소화되는 아카이케(Akaike: AIC) 또는 슈바르츠(Schwartz: SIC)통계량에 의해서 시차길이를 결정할 수 있다 (Judge, Hill 등, 1988).

$$AIC(p) = \ln | \hat{\Sigma}_p | + \frac{2(N^2p+1)}{T-p}$$

$$SIC(p) = \ln | \hat{\Sigma}_p | + \frac{(N^2p+1)\ln(T-p)}{T-p}$$

Hurvich와 Tsai(1993)는 수정된 AIC_c 통계량을 제시했다.

$$AIC_c = \ln | \hat{\Sigma}_p | + \frac{2(N^2P+1)}{T - (Np + N + 1) - p}$$

1) Johansen은 이외에도 고유근의 최대값을 이용하는 방법인 $\lambda_{MAX} = -T \ln(1 - \hat{\lambda}_{r+1})$ 을 제안하고 있다.

Hamilton(1994)의 우도비검정법(likelihood ratio test: LR)은 먼저 임의의 최대 시차를 정해두고 시차를 줄여 가면서 추정한 VAR모형의 추정오차를 이용하고 있다. 이 때 귀무가설 H_0 : 시차의 길이는 $p_0 (< p_1)$ 대립가설 H_1 : 시차의 길이는 p_1 이며 LR²⁾통계량에 대한 분포는 점근적으로 분포를 따른다.

$$LR = (T - p_1) (\ln |\hat{\Sigma}_{p_0}| - \ln |\hat{\Sigma}_{p_1}|)$$

여기서 $\hat{\Sigma}_{p_1}$ 는 비제약모형인 VAR(p_1)에 의한 잔차 공분산행렬, $\hat{\Sigma}_{p_0}$ 는 제약 모형의 잔차 공분산행렬에 대한 추정량으로 각 원소 $\hat{\sigma}_{ij}$ 는 다음과 같다.

$$\hat{\sigma}_{ij} = \frac{(x^i - X\hat{\Theta}_i)'(x^j - X\hat{\Theta}_i)}{T}$$

시차의 길이 p 를 선택할 때, 가능한 모형에 동적 체계를 충분히 반영할 수 있도록 길게 잡는다. 그러나 시차를 길게하면 VAR모형에서 추정하여야 할 모수 개수는 $N(1+Np)$ 이므로 시차 p 가 증가하면 할수록 ??만큼씩 증가하게 되어 자유도가 급격히 줄어든다. 이에 따라 다중공선성의 문제로 추정된 회귀계수가 불안정하게 된다.

이 논문을 위해서 사용한 프로그램인 Eviews Ver 2.0의 AIC, SIC, LR검정통계량은 다음 식과 같다.

$$AIC = \frac{2(Np+1)}{T-p} + \ln |\hat{\Sigma}_p|$$

2) Sims(1980)의 LR통계량은 다음과 같으며 점근적 분포는 Hamilton과 같다.

$$LR = (T - k) (\ln |\hat{\Sigma}_{p_0}| - \ln |\hat{\Sigma}_{p_1}|), \text{ 여기서 } k = Np_1 + 1$$

$$SIC = -\frac{(Np+1)\ln(T-p)}{T-p} + \ln|\widehat{\Sigma}_p|$$

$$LR = -\frac{T-p}{2} [1 + \ln 2\pi + \ln|\widehat{\Sigma}_p|]$$

5. 충격반응함수와 분산분해

Box and Jenkins(1976), Hamilton(1994) 등은 식(1)의 AR(p)모형이 가역성(invertibility)조건을 만족하면 MA(∞)모형으로 변환할 수 있음을 보여주고 있다. 즉, Θ의 고유근이 모두 단위원 내에 존재하는 시계열이라면 x_t 는 ε_t 에 의한 벡터이동평균모형(Vector Moving Average: VMA(∞))으로 표현할 수 있다.

$$X_t = \mu + \varepsilon_t + \Psi_1 \varepsilon_{t-1} + \dots$$

$$= \mu + \sum_{s=0}^{\infty} \Psi_s \varepsilon_{t-s}$$

$$= \begin{pmatrix} \mu_1 \\ \mu_2 \\ \vdots \\ \mu_N \end{pmatrix} + \sum_{s=0}^{\infty} \begin{pmatrix} \phi_{11} & \phi_{12} & \dots & \phi_{1N} \\ \phi_{21} & \phi_{22} & \dots & \phi_{2N} \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ \phi_{M1} & \phi_{M2} & \dots & \phi_{NN} \end{pmatrix}^s \begin{pmatrix} \varepsilon_{1t-s} \\ \varepsilon_{2t-s} \\ \vdots \\ \varepsilon_{Nt-s} \end{pmatrix}$$

이를 후행연산자를 이용하여 표현하면 다음과 같이 된다.

$$X_t = \mu + \Psi(B) \varepsilon_t$$

여기서 $\Psi(B)$ 계수는 시간 s의 함수로 ε_t 의 충격(shock)에 대한 X_t 의 효과를 나타내며, 이를 충격반응함수(impulse response function)라고 한다. $\Psi(B)$ 의 개별 원소인 $\phi_{ij(s)}$ 는 ε_j 가 1단위 변화되었을 때 i번째 변수 X_i 에

s시점 1 기간동안 미치는 충격계수(impact multiplier) 또는 innovation계수이다. ε_t 의 한 단위충격(또는 innovation)의 누적효과는 충격반응계수의

누적합 $\sum_{s=0}^{\infty} \Psi_{ij}^s$ 에 의해서 구할 수 있다.

그러나 (1)식에 의해서 추정된 ε_t 가 서로 독립이 아니기 때문에 (8)식의 $\Psi(B)$ 를 충격과 반응으로 해석하기에는 무리가 따른다. 즉, 한 변수에 충격이 발생하면 이로 인해 다른 변수가 변하고 이것이 다시 처음 충격이 시작된 원래의 변수에 영향을 미치는 순환작용(feedback)에 의해서 서로 영향을 미치기 때문이다. 예를 들어 다음과 같은 N=2 VAR모형을 가정하자.

$$\begin{pmatrix} y_{1t} \\ y_{2t} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \theta_{111} & \theta_{112} \\ \theta_{121} & \theta_{122} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} y_{1t-1} \\ y_{2t-1} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \theta_{211} & \theta_{212} \\ \theta_{221} & \theta_{222} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} y_{1t-2} \\ y_{2t-2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \varepsilon_{1t} \\ \varepsilon_{2t} \end{pmatrix}$$

충격효과인 ε_{1t} 의 변화는 직접적으로 y_{1t} 를 변화시킨다. 이에 따라 모형체계내에서 y_2 는 y_1 의 함수이므로 y_2 도 역시 변하게 되므로 결국은 y_1 과 y_2 를 변화시키게 된다. 즉, 선형모형에 있어서 잔차항(ε_{1t} , ε_{2t})들이 서로 상관되어 있다면, 잔차항들에 의해서 생성되는 공통요인(common component)이 내생변수들에 영향을 주게된다. 따라서 어떠한 잔차항의 충격효과는 잔차항들에 의해서 만들어진 공통요인의 충격효과가 되므로 특별한 변수가 갖는 충격에 대한 효과로 보기는 어렵다. 이러한 공통요인이 갖는 충격효과는 모형체계 내에서 먼저 나타나는 변수에 의해서 영향을 받게된다. 즉, ε_1 , ε_2 가 높은 상관관계를 갖고 있다면, 충격의 거의 모든 효과는 y_1 에 나타나게 되면 y_2 에는 나타나지 않을 수 있다. 이러한 과정의 문제는 충격반응이 모형체계 내에서 방정식의 순서에 의존한다는 것이다.

따라서 이러한 순환작용을 제거하기 위해서 (1)식에서 추정된 잔차항인 ε_t 를 계열상관이 없고 충격들간에 독립이 되도록 다음조건 (9)를 만족하는 Cholesky 요인분해(decomposition)에 의해서 잔차항(ε_t)를 분해하게 된다.

$$U_t = S^{-1} \varepsilon_t$$

$$SS' = \Sigma \tag{9}$$

$$E(U_t U_t') = E(S^{-1} \varepsilon_t \varepsilon_t' S^{-1}) = 1$$

이 때 대각행렬이 1인 하삼각행렬(lower triangular matrix) S를 구하게 되면, (8)식은 다음과 같이 잔차항 U_t 가 독립인 벡터이동평균모형으로 변환할 수 있다.

$$X_t = \mu + \Psi(B)S^{-1} \varepsilon_t$$

$$= \mu + H(b) U_t \tag{10}$$

여기서 H(B) 행렬은 직교화된 충격반응함수로 어떠한 변수에 충격 U_i 가 주어졌을 때 s시점인 X_{t+s} 에 대한 반응결과를 나타낸다. 즉 H(B)의 계수는 s시점에 대한 새로운 정보가 개별변수에 서로 다르게 영향을 미치더라도 s시점인 X_{t+s} 에 어떠한 영향을 미치는가를 나타낸다. 한편 S행렬의 대각원소는 각 충격들의 표준편차를 나타내므로 특정변수에 대한 단위당 충격에 대한 반응효과는 다음과 같이 H(B) 각 원소의 크기를 해당 변수의 표준편차로 나누면 된다.

$$\frac{H_i^s}{\sqrt{\text{var}(U_i)}}, \text{ 여기서 } h_i^s \text{는 } s \text{시점에 있어서 } H \text{의 } i \text{번째 열벡터이다.}$$

또한 Cholesky의 방법에 의해서 ε_1 의 공분산을 분해함으로써 예측오차의 분산을 분해할 수 있다. 이때 분산분해시 모형내의 변수 순서에 달라지면 ε_1 의 배열순서가 달라지므로 분산분해의 결과가 달라지는 결점³⁾이 있다. 그러나 잔차에 대한 공분산들이 작다면 순서에 영향을 받지 않는다. 분산분해의 의미는 모형에 대한 예측오차의 분산을 각 변수의 변동에 의해 발생하는 예측오차의 비율로 분해하는 것으로 어느 한 변수의 변화를 설명하는데 있어서 VAR모형내에 포함된 각 변수의 상대적인 중요성의 정도를 파악하는데 이용된다.

3) 이 점은 충격반응함수에서도 마찬가지이다.

(8)식의 모형을 전개의 편리상 $\mu=0$ 이라 가정하자. 이때, X_{t+k} 와 이에 대한 예측값 \widehat{X}_{t+k} 은 다음과 같다.(Hamilton, 1994).

$$X_{t+k} = \Psi_0 \varepsilon_{t+k} + \Psi_1 \varepsilon_{t+k-1} + \dots + \Psi_k \varepsilon_t + \Psi_{k+1} \varepsilon_{t+1} + \dots$$

$$E(X_{t+k} | X_t, X_{t-1}, \dots) = \Psi_k \varepsilon_t + \Psi_{k+1} \varepsilon_{t-1} + \dots$$

이 때 $\Sigma = E(\varepsilon_t, \varepsilon_t')$ 이며 ε_t 는 식(9)에 의해서 $\varepsilon_t = S U_t$ 이다. s_i 를 S 행렬의 I번째 열이라며 U_i 는 서로 상관관계를 갖고 있지 않으므로

$$\Sigma = E[S U_t U_t' S']$$

$$= \sum_{i=1}^N s_i \text{Var}(U_i) s_i' \text{이다.} \quad (11)$$

따라서 X_{t+k} 의 예측오차 $MSE(\widehat{X}_{t+k})$ 는 다음과 같다.

$$MSE(\widehat{X}_{t+k}) = E[(X_{t+k} - \widehat{X}_{t+k})(X_{t+k} - \widehat{X}_{t+k})']$$

$$= \Sigma + \Psi_1 \Sigma \Psi_1' + \Psi_2 \Sigma \Psi_2' + \dots + \Psi_{k-1} s_i s_i' \Psi_{k-1}'$$

$$= \sum_{i=1}^N \text{Var}(U_i) [s_i s_i' + \Psi_1 s_i s_i' \Psi_1' + \dots + \Psi_{k-1} s_i s_i' \Psi_{k-1}']$$

(10),(11)식에 의해서 $H = \Psi S$ 이고 $\Sigma = E(S U_t U_t' S')$ 이므로

$$\Psi_s \Sigma \Psi_s' = \sum_{i=1}^N h_i^s \text{Var}(U_i) h_i^{s'} \text{이다. 따라서}$$

$$MSE(\widehat{X}_{t+k}) = \sum_{s=0}^{k-1} \sum_{i=1}^N h_i^s \text{Var}(U_i) h_i^{s'}$$

위식에 의해서 k기간 예측오차에 대한 j번째 잔차항의 충격(또는 innovation)은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} & Var(U_j)[s_j, s'_j + \Psi_1 s_j, s'_j \Psi'_1 + \dots + \Psi_{k-1} s_j, s'_j \Psi'_{k-1}] \\ &= \sum_{s=0}^{k-1} Var(U_j) h_j^s h_j'^s \end{aligned}$$

a번째 변수의 예측오차 분산 중에서 b번째 변수가 차지하는 비율, 즉 b번째 변수의 기여도 C_{ab} 는 다음과 같다.

$$C_{ab} = \frac{\sum_{s=0}^{k-1} (h_{sab})^2 Var(U_b)}{\sum_{s=0}^{k-1} \sum_{i=1}^N (h_{sai})^2 Var(U_i)} \times 100 \quad (12)$$

6. 상품수출에 관한 VAR모형의 예

상품수출이란 국내에서 생산된 재화에 대한 해외에서의 수요이므로 해외의 소득수준, 수출품의 해외가격 그리고 경쟁재인 해외제품의 해외가격에 의해 결정된다. 따라서 상품수출함수는 교역상대국의 소득과 교역상대국과 우리나라 수출품의 상대가격의 함수로 설정하는 것이 전통적인 방법이다. 그러나 본고의 예에서는 이러한 전통적인 방법에서 벗어나 환율의 수출물가가 상품의 상품수출은 해외시장에서 품질경쟁보다는 가격경쟁을 하고 있다는 점에서 환율변동은 중요한 역할을 해왔다. 따라서 환율변동을 원달러환율(ER)과 엔달러환율(USYE)을 사용했다. 또한 수출단가변동에 따른 상품수출의 변동을 살펴볼 수 있겠으나, 수출단가통계가 갖는 문제점(유윤하, 1995)과 시계열의 연장에서 생길 수 있는 편의(bias)⁴⁾를 고려하여 원환기준 수출물가(PXIW)를 사용했다.

상품수출을 금액 및 물량으로 나누어 분석하기 위하여 한국은행 『국민계

4) 수출단가통계는 '70년부터 '90년까지는 KCTC분류방식에 의하여 1985년 기준으로 작성되었으나 '88년 이후에는 HS분류방식에 의하여 1990년 기준으로 작성되고 있다. 따라서 시계열을 연장하기 위하여 '88년~'90년의 시계열을 살펴보면 '90년 이전까지 작성된 지수는 추세성이 있는 지수로 '88년 이후 작성된 지수 추세성이 없는 패턴을 보여 전혀 다른 형태를 보이고 있다.

정』의 경상과 불변 수출금액을 수출금액(NEXCB) 및 수출물량(EXCB)으로 보았다. 원달러환율과 엔달러환율은 한국은행 조사통계월보의 월별 환율을 3개월 평균하여 분기화하였으며, 수출물가는 월간물가 자료를 3개월 평균하여 사용하였다.

자료는 '82년 1/4분기부터 '95년 4/4분기의 분기자료이며, 계절성을 제거하기 위하여 X11ARIMA방법에 의해서 계절조정을 실시한 후 log변환을 하였다. 모형의 추정과 검정은 Eviews ver 2.0에 의하여 실시하였다.

본고에서는 수출금액에 관한 VAR모형의 설정을 위주로 하였으며, 수출물량의 VAR모형 설정절차와 기타 검정의 기술은 생략하였다.

6.1 단위근 검정

사용될 변수들의 정상성 여부를 검토하기 위하여 다음과 같이 추세와 상수항이 있는 모형(t), 상수항만 존재하는 모형(c), 추세와 상수항이 존재하지 않는 모형(n)을 가정하여 ADF와 PP의 단위근검정을 실시하였다.

$$t : y_t = \beta_0 + \beta_1 t + \rho y_{t-1} + \varepsilon_t$$

$$c : y_t = \beta_0 + \rho y_{t-1} + \varepsilon_t$$

$$n : y_t = \rho y_{t-1}$$

“ H_0 : 단위근을 갖는다”라는 귀무가설에 대한 5%와 10% 유의수준의 MacKinnon 임계치는 다음과 같으며, ADF검정과 PP검정에서 동일하게 적용된다.

<MacKinnon 임계치>

	t	c	n
50%	-3.4094	2.9137	-1.9464
10%	-3.1735	-2.5942	-1.6188

<표1>~<표4>는 단위근검정의 결과이며 변수들은 다위근이 존재하는 비정상시계열임을 알 수 있다. 그러나 <표2> 원달러환율의 경우 오차항 ε_t 가 계열상관된 것을 가정하는 ADF검정에서는 상수항이 존재하는 모형(c)에서는 정상시계열인 것으로 나타났다.

<표 1> 수출금액(LNEXCB)에 대한 단위근검정의 결과

		ADF검정			PP검정		
		t	c	n	t	c	n
시차	0	-1.5904	0.1429	5.1390	-1.5904	0.1430	5.1390
	1	-1.7562	0.0395	3.8281	-1.7576	0.0840	4.7716
	2	-2.0263	-0.0970	3.0014	-1.9558	0.0089	4.3310
	3	-2.8210	-0.3229	2.1447	-2.2776	-0.1150	3.6853
	4	-2.6298	-0.2595	2.3023	-2.2174	-0.0737	3.8833
	5	-2.5626	-0.2672	2.3532	-2.2312	-0.0670	3.9108

<표 2> 원달러환율(LER)에 대한 단위근검정의 결과

		ADF검정			PP검정		
		t	c	n	t	c	n
시차	0	-1.6255	-1.4491	0.7491	-1.6255	-1.14491	0.7491
	1	-2.6059	-2.5839	0.1805	-1.8270	-1.7349	0.4622
	2	-2.7111	-2.7051*	0.1760	-2.0207	-1.9593	0.3759
	3	-3.3860*	-3.3944**	0.0334	-2.1879	-2.1430	0.3274
	4	-2.6387	-2.6414*	0.3091	-2.2871	-2.2514	0.3044
	5	-2.8875	-2.9169**	-0.0143	-2.3601	-2.3306	0.2895

<표 3> 엔달러환율(LUSYE)에 대한 단위근검정의 결과

		ADF검정			PP검정		
		t	c	n	t	c	n
시차	0	-1.8559	-0.3940	-2.1568	-1.8560	-0.3940	-2.1568
	1	-2.3090	-0.6147	-1.6143	-2.2085	-0.5484	-1.8006
	2	-2.6128	-0.8537	-1.3087	-2.3859	-0.6206	-1.6706
	3	-2.9132	-1.0032	-1.1909	-2.5325	-0.6720	-1.5871
	4	-2.7203	-0.8257	-1.2933	-2.5020	-0.6396	-1.6426
	5	-2.6530	-0.7411	-1.3420	-2.4334	-0.5931	-1.7284

<표 4> 수출물가(LPXIW)에 대한 단위근검정의 결과

		ADP검정			PP검정		
		t	c	n	t	c	n
시차	0	-1.1420	-2.4183	5.9497	-1.1425	-2.4183	5.9497
	1	-1.6780	-2.0108	3.1533	-1.5438	-2.0460	4.5990
	2	-1.3714	-2.0934	3.3672	-1.4404	-2.1451	4.6863
	3	-1.4275	-1.9911	2.5143	-1.3608	-2.2270	4.7030
	4	-1.3510	-2.1585	2.4659	-1.1392	-2.4943	4.9218
	5	-1.2979	-1.9363	2.2200	-0.8873	-2.9026*	5.0215

주) *: 10% 유의수준에서 귀무가설 H_0 가 유의적임.

6.2 공적분검정

우리는 앞에서 개별변수들이 단위근을 갖는 비정상계열임을 보았다. 다음은 수출금액과 (원달러환율 · 엔달러환율 · 수출물가)간에 장기균형관계를 갖는지 공적분검정을 하도록 하겠다. 수출금액과 엔달러환율, 수출금액과 원달러환율, 수출금액과 수출물가간의 공적분관계를 보는 방법도 있겠으나, 그러한 경우 두 변수간의 공적분관계를 나타내므로 하나의 변수와(원달러환율 · 엔달러환율 · 수출물가) 변수집단간의 공적분관계를 나타내지는 못하게 된다. 따라서 수출금액과 (원달러환율 · 엔달러환율 · 수출물가) 변수집단간의 Engle 과 Granger의 공적분관계를 보기 위하여 다음의 모형을 가정한다.

$$t : LNEXCB = \beta_0 + \beta_1 LUSYE + \beta_2 LER + \beta_3 LPXIW + \beta_4 t + \varepsilon_1$$

$$c : LNEXCB = \beta_0 + \beta_1 LUSYE + \beta_2 LER + \beta_3 LPXIW + \varepsilon_t$$

$$n : LNEXCB = \beta_1 LUSYE + \beta_2 LER + \beta_3 LPXIW + \varepsilon_t$$

이 때 ADF와 PP방법을 이용하여 공적분검정을 하기 위해서는 위의 회귀식을 OLS에 의해서 해를 구한 후, 회귀식의 잔차 ε_t 에 대한 단위근 검정을 실시하면 된다. <표 5>는 Engle과 Granger의 공적분검정 결과이며, ①은 공적분벡터이다. 다음은 Engle과 Granger방법에 의한 공적분검정을 하기 위한 ADF검정의 임계치이며, PP검정시에는 시차에 상관없이 -2.9146(5%), -2.5947(10%)이다.

<ADF검정에 대한 MacKinnon의 임계치>

	t	c		n	
		5%	10%	5%	10%
시차 0		-2.9146	-2.5947	-2.9146	-2.5947
1		-2.9157	-2.5953	-2.9157	-2.5953
2		-2.9167	-2.5958	-2.9167	-2.5958
3		-2.9178	-2.5964	-2.9178	-2.5964
4		-2.9190	-2.5970	-2.9190	-2.5970
5		-2.9202	-2.5977	-2.9202	-2.5977

<표 5> Engle과 Granger방법에 의한 LNEXCB와의 공적분 검정결과

	t 계수(p-값)	c 계수(p-값)	n 계수(p-값)
① β_0	10.62(0.00)	4.27(0.01)	-
LER	-0.95(0.00)	-1.15(0.00)	-0.22(0.00)
LUSYE	-0.46(0.00)	-0.44(0.00)	-1.09(0.00)
LPXIW	1.55(0.00)	3.29(0.00)	3.90(0.00)
TREND	0.1(0.00)	-	-
ADF검정 시차 0	-2.6493*	-1.5502	-1.5678
1	-2.0463	-1.1160	-1.2811
2	-2.1753	-1.1365	-1.0892
3	-3.1607**	-1.7937	-1.7937
4	-3.1688**	-1.8967	-2.4275
5	-2.8706*	-1.3213	-2.0095
P-P검정 시차 0	-2.6493*	-1.5502	-1.5678
1	-2.5817	-1.4750	-1.5596
2	-2.7971*	-1.6696	-1.6164
3	-3.2060**	-2.2711	-2.3658
4	-2.7877*	-2.0542	-2.3296
5	-2.5014	-1.3871	-1.5142

주) **: 5% 유의수준에서 “ H_0 : 단위근이 존재함” 이라는 가설이 유의적임

*: 10% 유의수준에서 “ H_0 : 단위근이 존재함” 이라는 가설이 유의적임

<표 5>의 공적분벡터를 보면 엔달러환율이 상승하면 우리나라의 수출금액은 감소한다. 또한 원달러가 상승하면 수출금액이 감소하는데 이것은 원화가 평가절하되더라도 단기에 수출물량은 크게 증가하지 않는 반면 달러표시 수출금액은 줄어들기 때문이다. 모형에 사용하는 변수인 LNEXCB, LUSYE, LPXIW는 추세가 존재하는 시계들이므로 추세가 존재하는 모형인 t모형의 결과를 보면 10% 유의수준에서 공적분이 존재함을 알 수 있다.

<표 6>은 시차를 $p=2^5$ 로 하였을 때 Johansen에 의한 공적분검정의 결과이며, 이때 검정시 자료들이 선형의 확정적 추세가 있음을 가정했다. LR

5) 시차를 2로 한 이유는 VAR모형의 시차길이에 따른 것이다.

값은 (6)식에 의한 결과이며, 공적분벡터의 개수를 검정하기 위하여 먼저 $r=1$, 즉 공적분벡터가 1개 존재한다는 가설을 검정하면 검정통계치는 64.99로 5%의 유의수준(62.99)에서 기각되고 있다. 따라서 $r=2$ 에 대한 검정을 하면 검정통계치 35.85보다 5% 유의수준의 값(42.44)이 크므로 채택되고 있다. 결국 우리는 적어도 1개의 공적분벡터가 존재함을 알 수 있다. 이때 공적분벡터에 의해서 만들어지는 공적분 회귀식은 다음과 같다.

$$LNEXCB = -7.2595 + 1.4093 * LER \quad -0.6825 * LUSYE \quad -1.5203 * LPXIW$$

(0.21) (0.31) (0.62)

$$-0.0320 * t$$

(0.01)

<표 6> Johansen의 공적분 결과

	Engenvalue	Likelihood Ratio	Critical 5%	Value 1%	Hypothesized No. of CE(s)
r=1	0.405661	64.99174	62.99	70.05	None *
2	0.256454	35.85467	42.44	48.45	At most 1
3	0.204467	19.26050	25.32	30.45	At most 2
4	0.108807	6.450902	12.25	16.26	At most 3

주) *는 5% 유의수준에서 $H_0: p=r$ 라는 가설을 기각

6.3 VAR 모형

VAR모형의 결과는 변수의 길이와 순서에 의해서 영향을 받는다. 특히 변수의 순서는 예측오차의 공분산행렬에 있어서 행과 열의 순서를 결정하여 변수간에 상관성이 높은 경우 Cholesky 요인분해 결과에 크게 영향을 미쳐 충격반응함수의 결과가 달라질 수 있다.

우리는 변수의 순서를 회귀모형에서 외생성 여부 즉 독립성 또는 선행성을 파악하기 위하여 사용하는 Granger의 인과검정(causality test)을 통해서 정하기로 한다. Granger 인과검정에 대한 기술은 생략하고 그 결과만을 살펴보면 $LER \leftarrow LUSYE, LER \leftarrow LPXI, LUSYE \leftarrow LPXIW$ 를

Granger 인과하므로 다음과 같은 $LER \leftarrow LUSYE \leftarrow LPXIW$ 의 인과관계를 상정할 수 있다. 따라서 우리는 다음과 같은 순서로 VAR모형을 설정하기로 한다.

$$LNEXCB = f(LER, LUSYE, LPXIW)$$

<표 7>은 VAR모형의 시차길이를 결정하기 위하여 Eviews Var 2.0에서 제공하는 LR, AIC, SIC 등의 결과이다.

<표 7> 시차길이를 결정하기 위한 통계량

시차	$ \hat{\Sigma}_p $	LR(p)	AIC(p)	SIC	AIC?	LRI
1	2.06E-14	676.5163	-31.33423	-31.15340	-30.77435	294.6968
2	7.82E-15	703.6452	-32.16026	-30.83476	-30.87234	295.8768
3	4.91E-15	716.6842	-32.48309	-32.01292	-30.22528	293.4809
4	2.57E-15	734.7720	-32.98622	-32.37139	-29.40132	292.1514
5	1.52E-15	749.4566	-33.36782	-32.60831	-27.88930	289.8813
6	5.52E-16	777.8717	-34.23978	-33.33561	-25.89489	290.5281
7	1.46E-16	815.0693	-35.42541	-34.37657	-22.33793	292.8634
8	5.10E-17	844.5883	-36.33680	-35.43129	-14.06016	293.1973
9	1.28E-17	867.5882	-37.55472	-36.20433	9.436247	295.2105
10	4.92E-19	939.7223	-40.63752	-39.12736	279.8442	307.6671

<표 7>에 의하면 시차의 증가에 따라 단조함수의 형태를 보여 소망스러운 결과를 얻지 못하였다. 또한 Hamilton(1994)의 우도비검정 역시 같은 결론을 얻었다. 따라서 우리는 4절의 Hurivich and Tsai의 AIC_c가 최소화되거나, Hamilton 방법을 변형한 LR1통계량⁶⁾이 최대가 되는 2분기 시차를 적정시차로 가정하였다. LR1이 최대가 되는 시차는 10분기로 이때 추정하여야 할 모수는 164개로 모수를 추정하기 위한 자유도를 충분히 보장받지 못하게 된다.

<표 8>은 2분기 시차를 갖는 경우의 수출금액에 대한 VAR모형의 추정

6) $LR1 = \frac{T}{2} (1 + \log 2\pi - \frac{1}{N} \log |\hat{\Sigma}_p|)$

결과이다. VAR모형의 개별회귀식 해는 LNEXCB, LER, LUSYE, LPXIW에 대한 개별회귀식의 해를 구하는 것과 동일하다. 수출금액(LNEXCB)의 함수를 보면 원달러환율과 엔달러환율의 회귀계수 부호는 반대로 되어 있어 원달러환율과 엔달러환율은 우리나라 수출금액에 반대로 영향을 미치고 있음을 보여주고 있다. 한편 수출물가상승은 일시적으로 수출금액의 증가를 가져오나, 수출물가 상승으로 수출물량 감소를 초래하여 수출금액도 역시 감소함을 보여주고 있다.

VAR(2)모형을 가정하고 어느 한 변수에 충격이 가해졌을 때, VAR모형의 연립방정식 체계 내에서 각 변수가 어떻게 반응하는지를 보기로 하자. 이를 위해 각 변수에 대한 예측오차의 공분산행렬을 구하면 다음과 같다.

<예측오차의 공분산행렬>

	LNEXCB	LER	LUSYE	LPXIW
LNEXCB	0.001509			
LER	-7.94E-05	9.25E-05		
LUSYE	-0.000543	0.000167	0.001556	
LPXIW	4.22E-05	6.22E-06	-2.11E-05	5.36E-05

<표 8> 수출금액(LNEXCB)에 대한 VAR(2)의 추정결과

	LNEXCB	LER	LUSYE	LPXIW
LNEXCB(-1)	0.666661 (0.15)	-0.049335 (0.04)	0.0033622 (0.15)	0.004779 (0.03)
LNEXCB(-2)	0.157765 (0.18)	0.109156 (0.04)	0.255756 (0.18)	0.041701 (0.03)
LER(-1)	0.504147 (0.47)	1.600449 (0.12)	-0.1486812 (0.48)	0.186437 (0.09)
LER(-2)	-0.361800 (0.46)	-0.582210 (0.12)	0.250430 (0.47)	-0.119216 (0.09)
LUSYE(-1)	-0.344147 (0.15)	0.005941 (0.04)	0.878451 (0.15)	-0.050721 (0.03)
LUSYE(-2)	0.035211 (0.15)	0.041055 (0.04)	0.084790 (0.16)	0.056207 (0.03)
LPXIW(-1)	0.949097 (0.76)	-0.191795 (0.19)	-0.989046 (0.78)	1.083998 (0.14)
LPXIW(-2)	-0.874243 (0.78)	0.033892 (0.19)	-0.504630 (0.79)	-0.285328 (0.15)
C	1.949131	-0.196250	3.076704	0.012064
adj-R ²	0.9942	0.9811	0.9826	0.9956
Akaike AIC	-6.1752	-8.9670	-6.1440	-9.5117

주) ()은 p-값임.

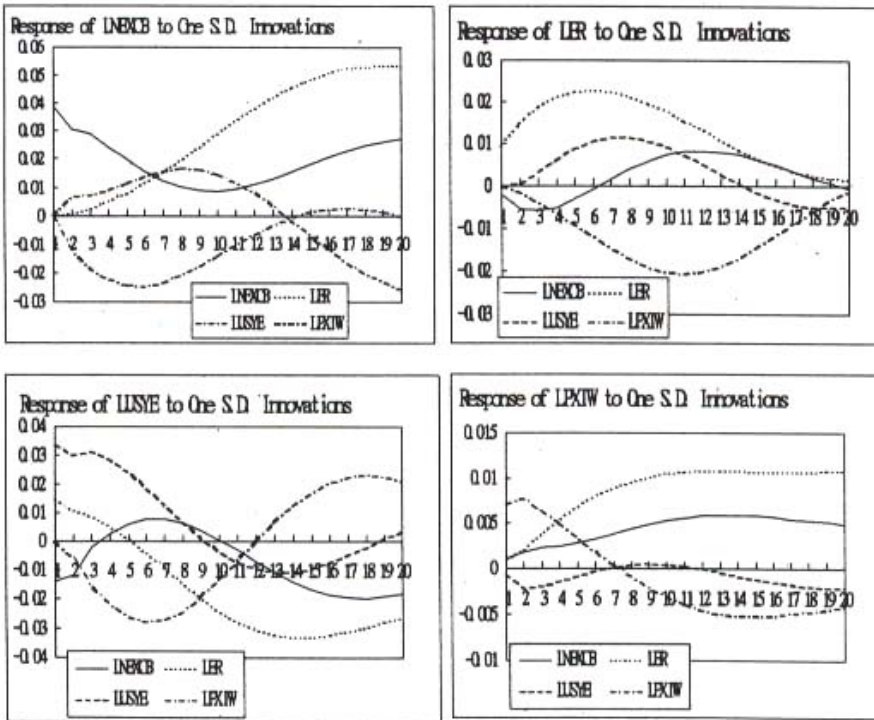
한편 수출금액의 충격반응이란 LNEXCB, LER, LUSYE, LPXIW의 예측오차에 대한 1 표준편차 충격이 주어졌을 때 수출금액이 변하는 동태적 반응을 나타낸다. 즉, 1 표준편차는 위의 예측오차 공분산행렬의 대각행렬을 평방근을 한 값인 0.0388, 0.0096, 0.0394, 0.0073이며 이는 곧 수출 3.88%, 원달러 0.96%, 수출물가 0.73% 증가하였을 때 수출의 반응을 말한다. <그림 1>은 4개의 면으로 구성되어 있는데 이는 수출금액의 충격반응으로부터 수출물가의 충격반응까지 1표준편차의 충격에 가해졌을 때 각각 내생변수의 동태적 반응을 나타낸다.

각 변수마다 1 표준편차 충격이 주어졌을 때 수출금액의 반응

(Response of LNEXCB to One S.D. Innovation)을 보면, 원달러 환율이 0.96% 상승하였을 때 약 16분기까지 지속적으로 수출금액은 증가한다. 엔달러 환율이 3.94% 상승하면 5분기까지는 수출금액이 감소하나 이후 16분기까지 점진적으로 수출 경쟁력을 회복하는 것으로 나타났다. 0.73%의 수출물가상승은 8분기까지는 수출금액이 증가하나 이후 수출금액이 감소하는 형태를 보인다. 이러한 관계는 수출물량 변동과 연계시켜 보면 더욱 명확하므로 수출물량에 대한 VAR(2)모형을 설정하여 충격 반응을 보기로 한다.

<표 9>는 수출물량(LEXCB)에 대한 VAR(2)모형의 결과이며 <그림 2>는 수출물량함수에 대한 충격반응함수의 그림이다.

<그림 1> 수출금액에 대한 VAR(2)의 충격반응함수

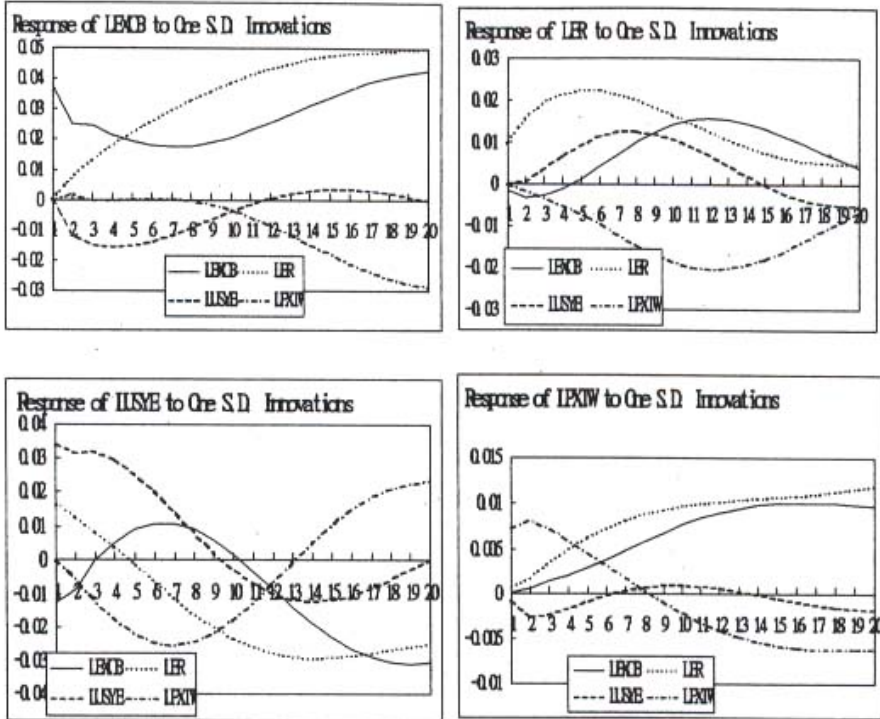


<표 9> 수출물량(LEXCB)에 대한 VAR(2)의 추정 결과

	LNEXCB	LER	LUSYE	LPXIW
LEXCB(-1)	0.607090 (0.14)	-0.022991 (0.04)	0.072817 (0.15)	0.000236 (0.03)
LEXCB(-2)	0.281545 (0.17)	0.082411 (0.04)	0.174732 (0.18)	0.039719 (0.03)
LER(-1)	1.350919 (0.46)	1.616916 (0.12)	-0.192547 (0.49)	0.186089 (0.09)
LER(-2)	-1.064619 (0.43)	-0.664218 (0.11)	-0.002983 (0.46)	-0.164864 (0.08)
LUSYE(-1)	-0.339388 (0.15)	0.014466 (0.04)	0.904435 (0.16)	-0.050295 (0.03)
LUSYE(-2)	0.081765 (0.15)	0.042158 (0.04)	0.065841 (0.16)	-0.055404 (0.03)
LPXIW(-1)	0.248424 (0.71)	-0.204006 (0.19)	-0.737561 (0.76)	1.110407 (0.14)
LPXIW(-2)	-0.415126 (0.72)	0.119890 (0.19)	-0.241258 (0.77)	-0.250518 (0.14)
C	1.247139	-0.150733	3.541091	0.0963329
adj-R ²	0.9915	0.9802	0.9821	0.9956
Akaike AIC	-6.2450	-8.9206	-6.1157	-9.4944

주) ()은 P-값임.

<그림 2> 수출물량에 대한 VAR(2)의 충격반응함수



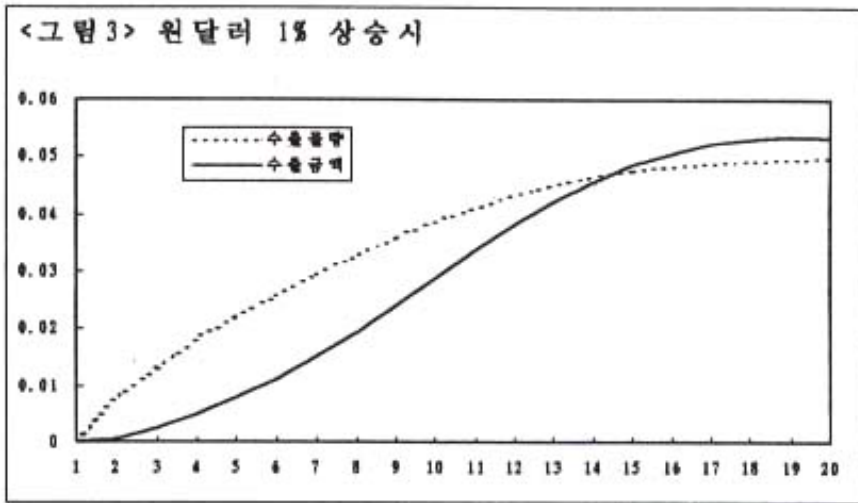
다음은 환율(LER, LUSYE), 수출물가(LPXIW)가 1% 상승하였을 때 즉, 1%의 충격이 가해졌을 때 수출물량과 수출금액은 어떻게 변하는지 보기로 하자. 이를 위해서는 수출의 충격반응계수인 $H(B)_{수출}$ 행렬에 각 충격요인에 대한 예측오차의 표준편차⁷⁾를 나누어 주어야 한다.

$$\frac{H_j(B)_{수출}}{S.D_j}, j = \text{원달러, 엔달러, 수출물가}$$

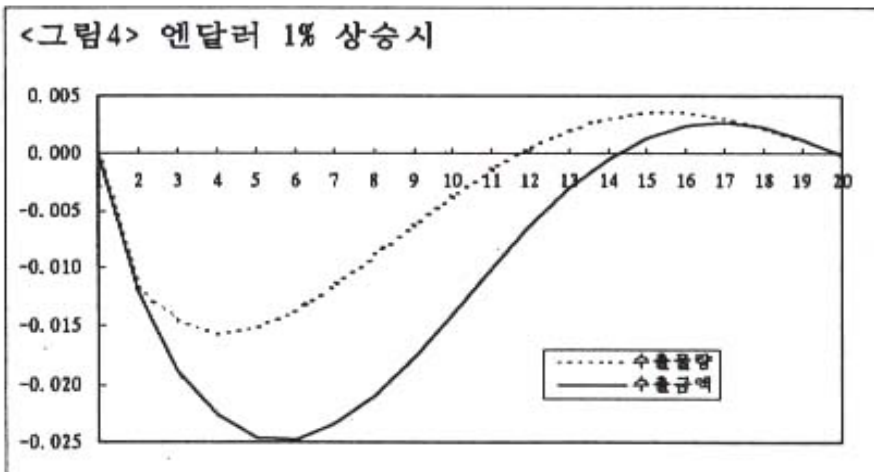
원달러가 1% 상승하였을 때 <그림 3>, 수출물량은 수출금액보다는 높은 증가를 보이나 완만한 증가추세를 보인다. 한편 수출금액은 물량증가에

7) 수출물량에 의한 예측오차의 표준편차는 다음과 같다. (원달러:0.0098, 엔달러:0.0400, 수출물가:0.0074)

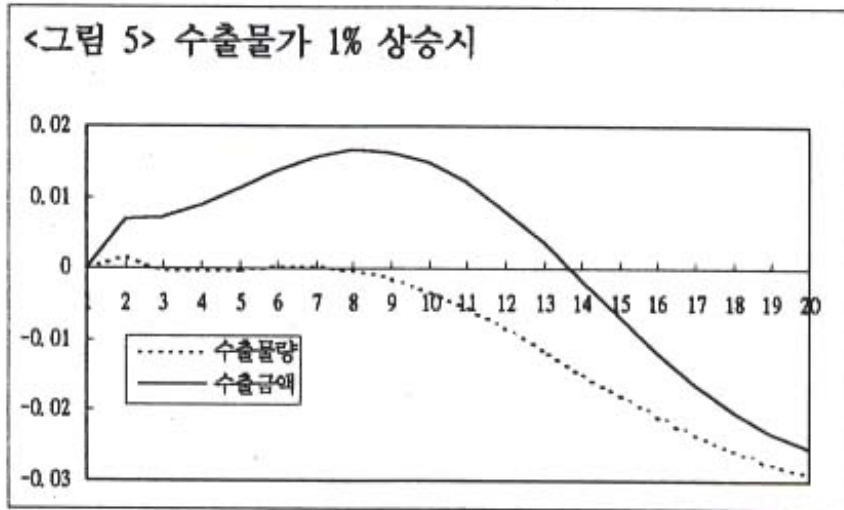
따라 금액도 15분기까지는 급격히 증가하나 이후 완만히 증가하게 된다.



엔달러가 1% 상승하였을 때 <그림 4>, 엔달러의 미달러화에 대한 평가절하 효과는 수출물량에 먼저 영향을 미치고 이에 따라 수출금액에 영향을 미치게 된다. 수출물량과 수출금액은 5분기 전후하여 급격히 감소하나 이후 증가하기 시작하여 15분기까지 증가하게 된다. 수출감소는 물량보다는 금액면에서 더 크게 이루어진다.



수출물가의 1% 상승은 8분기 이후에 수출물량의 급격한 감소를 야기한다 <그림 5>. 수출금액은 수출물가의 상승으로 단기적으로 수출금액이 증가하나 8분기 이후에는 수출물가 상승에 따른 수출물량 감소로 수출금액도 역시 감소하게 된다.



우리가 추정 한 VAR(2)모형으로부터 (12)식에 의해서 계산된 예측오차의 분산분해 결과는 <표 10>과 <표 11>이다. 이 표의 숫자는 특정반응변수에 대한 예측오차의 분산 중에서 각 충격변수들에 의해서 설명되어지는 부분(%)을 나타낸다.

수출금액함수의 분산분해 결과니 <표 10>에 의하면 앞으로 20분기 후의 수출금액은 VAR(2) 모형으로 예측할 때 발생하는 예측오차의 총분산을 100%이라 하면 예측오차의 분산 중 수출금액 자체에 내재된 변화(충격)에 의해서 21.4% 발생하고 원달러환율은 60.1%, 엔달러환율 9.4%, 수출물가 9.1%가 차지하고 있어 원달러환율의 변동이 예측오차의 분산에 크게 기여하고 있음을 알 수 있다. 따라서 수출금액은 단기에는 엔달러환율, 장기에는 원달러환율의 영향이 크다고 할 수 있겠다.

<표 10> 수출금액에 대한 예측오차의 분산분해

반응변수	시차	충격변수			
		수출금액	원달러	엔달러	수출물가
수출금액	4	75.93570	0.615845	19.99625	3.452200
	8	48.42575	8.400350	32.89909	10.27481
	12	32.98889	31.01720	25.02061	1.97331
	16	24.45434	52.96705	15.17306	7.405556
	20	21.37376	60.07716	9.443113	9.105975
원달러	4	7.123241	85.01941	3.596226	4.261127
	8	2.734756	68.67956	11.14616	17.43952
	12	4.486242	54.54869	10.13531	30.85975
	16	5.698242	48.78533	8.754484	36.76195
	20	5.702944	47.73056	9.438484	37.12801
엔달러	4	6.343302	8.100217	71.69039	13.86609
	8	5.551130	7.636484	51.24639	35.56600
	12	4.673423	25.64684	38.90088	30.77886
	16	47.917238	38.73239	28.06666	25.28371
	20	711.43351	41.07892	21.06528	26.42229
수출물가	4	6.084170	19.48564	4.619066	69.81113
	8	11.18030	54.91792	2.079432	31.82234
	12	15.0641	63.77774	1.069099	20.05675
	16	16.61690	64.38070	0.916655	18.08574
	20	16.52392	65.58323	1.278473	16.61438

수출물량의 경우는(<표 11>) 원달러환율 변동의 기여도는 4분기 이후 1.9%에서 20분기 후에는 55.8%로 증가하나 엔달러환율은 13.9%에서 2.6%로 감소하여 수출금액의 패턴과 같은 모습을 보인다. 그러나 수출금액에 있어서 4분기 후의 기여도가 원달러환율은 0.6%, 엔달러 환율은 20.0%로 엔달러 환율의 영향이 크고 원달러환율은 미미했으나, 수출물량은 원달러 12.9%, 엔달러 환율은 13.9%로 비슷한 정도의 기여를 한다. 이는 원달러 변동은 단기적으로 수출금액보다는 수출물량에 크게 기여하고 있음을 보여준다. 한편 수출물가의 변동은 8분기까지 수출물량 변동에 크

계 기여하지 않는 것으로 나타났다.

<표 11> 수출물량에 대한 예측오차의 분산분해

반응변수	시차	충격 변수			
		수출금액	원달러	엔달러	수출물가
수출물량	4	73.03609	12.94667	13.93732	0.079916
	8	47.62195	39.18209	13.15708	0.038886
	12	35.92216	56.23072	7.21637	0.630383
	16	33.33551	58.77619	4.147267	3.741024
	20	33.83824	55.75185	2.623015	7.786899
원달러	4	1.607651	90.90335	4.499855	2.989148
	8	4.305136	69.68115	13.75295	12.26076
	12	12.75508	50.37712	12.47012	24.39769
	16	17.09638	41.48556	9.851218	31.56684
	20	17.58664	39.35092	9.885282	33.17715
엔달러	4	1.796131	9.569979	76.33468	9.299205
	8	6.578597	9.549251	54.97136	28.90079
	12	5.708559	24.86854	41.14221	28.28069
	16	13.14905	34.43792	13.12830	21.28472
	20	22.41811	34.04979	22.15327	21.37883
수출물가	4	2.471328	15.32452	5.196803	77.00735
	8	13.77958	44.68249	2.484939	39.05300
	12	26.32265	51.12214	1.467318	321.08790
	16	32.29575	49.33959	0.881296	17.48337
	20	33.66169	49.09992	0.839672	16.39872

7. 맺는 말

본고에서는 VAR모형의 설정방법과 충격반응함수 및 분산분해를 중점적으로 살펴보았다. VAR모형에 의해서 예측을 할 수 있음은 두말할 나위 없다. 그러나 여기에서는 예측모형으로서의 역할을 설명하지 않았다. 그것은 2장에서 설명된바와 같이 VAR모형의 해가 개별 회귀방정식의 해와 같으므로 모든 개별 회귀방정식을 시차가 일정한 AR모형으로 고정한

VAR모형보다는 좀더 여러 가지 형태의 모형을 사용할 수 있는 연립방정식 체계—이 모형이 모형 적합도 측면에서 우수할 수 있으며, 이에 따라 예측력도 높을 수 있다는 생각 때문이다. 이 점은 Bayesian VAR모형의 모수에 제약을 가함으로써 어느 정도는 극복할 수 있다.

개별 회귀방정식은 모형 적합도를 높일 수 있으며 예측을 쉽게 할 수 있는 장점은 있으나, 예측뿐만 아니라 어느 한 변수가 변했을 때 시간에 따라 다른 변수에 어떻게 영향을 미치는가를 파악하기 위한 연립방정식 체계로 변환 하였을 때는 구조적 불안정으로 그 해의 의미가 없을 수 있다. 또한 연립방정식 체계는 경제이론을 기초로 모형을 설정함으로써 변수선정 및 개별방정식 설정에 신중을 기해야 한다.

그러나 VAR모형은 어떠한 경제이론을 근거로 변수를 이용하므로 연립방정식 체계보다 적은 수의 변수를 이용하므로 연립방정식 체계보다는 수월하게 모형을 설정할 수 있는 장점이 있다. 그러나 VAR모형의 설정시 표본기간, 사용될 변수 및 변수의 순서, 시차길이에 의해서 결과가 달라질 수 있음은 유의하여야 한다.

<참 고 문 헌>

- (1) 김기화(1990), 『경기순환이론』, 다산출판사.
- (2) 김인수(1993), “환율의 물가에 대한 영향력 분석”, 경제브리프스, 1993. 10월, 1-28, 한국산업은행.
- (3) 박원암(1996), 『한국경제의 모형과 예측』, 한국금융연구원.
- (4) 서승환(1994), 『한국부동산시장의 거시계량분석』, 홍문사.
- (5) 유병삼(1995), “소규모 개방경제로서의 한국경제의 경기변동”, 경제분석, 제1권 1호, 96-126, 한국은행 금융경제연구소.
- (6) 유윤하(1994), “통화수요함수의 장기적 안정성 검증: Johansen공적분검정방법의 원용”, 한국개발연구, 제16권 제3호, 45-68, 한국개발연구원.
- (7) 유윤하(1995), “한국의 수출함수: 수출단가와 수출물가의 비교 및 효율적 공적분추정법의 이용”, 한국개발연구, 제17권 제2호, 91-126, 한국개발연구원.

- (8) Box, G.E.P and G.M. Jenkins(1976), Time Series Analysis forecasting and control, 1st, Holden-Day Inc. San Francisco.
- (9) Dickey, D.A. and W.A. Fuller(1979), "Distribution of the estimators for autoregressive time series with a unit root", Journal of the American Statistical Association, 74, 427-431.
- (10) Engle, R.F. and C.W.J. Granger(1987), "Co-integration and error correction: representation, estimation and testing", Econometrica, 55, 251-276.
- (11) Hamilton, J.D.(1994), Time Series Analysis, 1st, Princeton Univerisity Press, Princeton.
- (12) Johansen, S.(1991), "Estimation and hypothesis testing of cointegration vectors in Gaussian vector autoregressive models", Econometrica, 59, 1551-1580.
- (13) Judge, G.G. R.C. Hill, W.E. Griffiths, H. Lutkepohl and T.S. Lee(1985), The Theory and Practice of Econometrics, 2nd, John Wily & Sons, New York.
- (14) Judge, G.G., R.C. Hill, W.E. Griffiths, H. Lutkepohl and T.S. Lee(1988), Introduction to the Theory and Practice of Econometrics, 2nd, John Wily & Sons, New York.
- (15) Maddala, G.S.(1992), Introduction to Econometrics, 2nd, MacMillan, New York.
- (16) Phillips, P.C.B. and D. Dickey(1984), "Testing for unit roots in auto-regressive moving average models of unknown order", Biometrika, 71, 599-607.
- (18) Tiao, G.C. and G.E.P. Box(1981), "Modeling Multiple Time Series with Applications", Journal of the American Statistical Association, 76, 802-816.
- (19) Eviews User Guides(1994), Version 2.0, Econometric Views for Windows and the Macintosh.
- (20) Micro TSP Setup Guide(1990), Version 7.0, Quantitative Nicro Software.

(부록) Eviews 2.0의 명령문

(a) 단위근 검정: Phillips and Perron, ADF검정의 실시

일반형식: UROOT(option, lag, method) variable

ADF(option, lag, method) variable

<option> C 단위근 검정 방정식에 상수항 포함

T 단위근 검정 방정식에 시간추세와 상수항 포함

N 시간추세항과 상수항을 포함하지 않음

<method> H Phillips and Perron의 단위근 검정

default 채택된 Dickey and Fuller(ADF) 단위근 검정

(예) UROOT(T,2) LNEXCB

UROOT(T,2,H) LNEXCB

(b) 공적분: Johansen의 공적분검정실시

일반형식: COINT(option, lag) variables

<option> A data속에 확정적 추세가 없으며, 공적분 회귀식에 추세와 상수항이 없는 모형.

B data속에 확정적 추세가 없으며, 공적분 회귀식에 상수항은 있으나 추세는 없는 모형.

C data속에 선형추세가 있으며, 공적분 회귀식에 상수항은 있으나 추세는 없는 모형.

D data속에 선형추세가 있으며, 공적분 회귀식에 추세와 상수항이 있는 모형.

E data속에 2차선형의 추세가 있으며, 공적분 회귀식에 추세와 상수항이 있는 모형.

S 5가지의 option의 요약

(예) COINT(S,2) LNEXCB LER LUSYE LPXIW

(c)VAR 모형

일반형식: VAR equation.LS lag variables

equation: VAR모형의 이름

l lag : 시차의 길이

(예) VAR NEXCB.LS 1 4 LNEXCB LER LUSYE LPXI

A understanding of Vector Autoregressive Model

Kwon-Soon, Moon

<abstract>

This paper introduces not only the predictions but the VAR model which consists of the simultaneous equation system for analysizing the effects on temporarily shock(innovation) to some variables.

The VAR model has three merits which are the as followings; First, through the impulse response function, it can be founded the response of endogenous variance decompostion, it can be analyzed the relative size of contributions of whole change by variabiliy of each endogenous variable. Finally, the most dynamic use of the VAR model is that it is better off the real data rater than the theoretical econometrics approach. However the VAR process has the drawbacks that results of VAR can be changed by the order of variables, the periods of sample and the length of lag, etc.

In this study, we show the export model based on the exchange rate and the index of export price with an example.